Universidad Nacional del Comahue
Facultad de Ciencias del Ambiente y de la Salud

CUADERNILLO RECUPERANDO SABERES DE MATEMÁTICA Y FÍSICA

LIC. EN HIGIENE Y SEGURIDAD EN EL TRABAJO.

AÑO 2018

Estimados alumnos:

¡Les damos la Bienvenida!

Los invitamos a leer y resolver las consignas propuestas en este módulo que tiene como finalidad revisar algunos contenidos necesarios para transitar con más facilidad las materias del ciclo superior de la Licenciatura en Higiene y Seguridad en el Trabajo.

Si bien las actividades están planteadas para resolver de manera autónoma, ante cualquier consulta pueden acercarse a los docentes o tutores del Área de Ingreso y Permanencia de la Facultad.

¡Éxitos en este nuevo recorrido!

El Conjunto de los Números Naturales [$\mathbb{N}$]:

Los números naturales *Son los números que se utilizan para contar* (La definición rigurosa del conjunto $\mathbb{N}$ corresponde a estudios matemáticos más avanzados)

Se considera que el cero no pertenece a este conjunto, pues empezamos a contar desde el 1. Queda marcado acá que *el 1 es el primer elemento de este conjunto*, ¿Podrías escribir el último elemento de este conjunto?...

Luego: $\mathbb{N} = \{1,2,3,4,5, \dots \dots\}$

Actividad: Resuelve los cálculos entre números naturales que aparecen en la tabla e indica cuáles tienen resultado natural (si) y cuáles no (no).

$3-5+2=0$	NO	$10-4-8=$	
$8+1-6=3$	SÍ	$10+4-8=$	
$15+2+30=$		$4-10-8=$	
$9-11-6=$		$8-10+4=$	

Observemos que cuando sumamos dos naturales, obtenemos un natural, pero no sucede así con la resta, es decir, no siempre que restemos dos naturales obtenemos un natural. Se hace necesario así, definir un nuevo conjunto numérico.

El conjunto de los Números Enteros [$\mathbb{Z}$]:

Cada número entero puede pensarse como la resta de dos naturales; o sea, si a un número natural se le resta otro natural, siempre se obtiene un entero.

Ejemplos:

7 – 3 = 4.   2 – 8 = -6.   12 – 12 = 0.

Luego el conjunto de los enteros está formado por: Los números naturales, sus opuestos y el cero. Es decir: $\mathbb{Z} = \{\dots . -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, \dots ..\}$

Actividad 2:

1. Trabajen con la definición:

a. Expresen los números enteros -5, 3, 0, 18, -25 como diferencia de dos números naturales.

b. ¿Son verdaderas o falsas cada una de estas afirmaciones?

- Todo número natural puede expresarse como la diferencia de dos números enteros.
- Todo número entero puede expresarse como la diferencia de dos números naturales.
- Existen números naturales negativos.
- Todos los números enteros son negativos.
- El cero en un número entero.

- El cero no es un número natural.

c. Multiplicación y división de enteros.

"La regla de los signos"

Si dos enteros tienen el mismo signo, tanto su producto como su división son positivos. Si dos enteros tienen signos opuestos, su producto y su división son negativos.

Resuelve:

a. $-3.(-4).5 =$ c. $-3.4.(-5) =$ e. $-10: 2 + (-1).4 - 3.0 =$ g. $\frac{6.(-3).(-1)}{-2.9} =$

b. $3.(-4).5 =$ d. $-3.(-4).(-5) =$ f. $\frac{-4.0.500}{100.2} =$ h. $\frac{-5.(-8)}{-4.5}.(-2) =$

Potenciación en $\mathbb{Z}$

Recordemos cómo se define la potenciación: $a^n = a.a \dots .a, n$ veces. La base es en este caso, un número entero a y el exponente, un número natural n.

Veamos algunos ejemplos:

$5^3 = 5.5.5 = 125. (-7)^2 = (-7).(-7) = 49.$

$2^6 = 2.2.2.2.2.2 = 64. (-1)^3 = (-1).(-1).(-1) = -1.$

$0^2 = 0.0 = 0$

La potenciación es una multiplicación abreviada, por lo tanto el signo del resultado depende del signo de la base y se determina realizando los productos correspondientes.

Actividad 3:

1. Resuelve:

a. $2^4 - 5^2 + (-3)^3 - (-2+1)^5 =$

b. $(-24: 4)^2 + (-10)^3 =$

2. Los siguientes cálculos están resueltos de modos diferentes y se obtuvieron dos resultados distintos. Esto es un absurdo. Lo que ocurre es que uno está hecho de manera correcta y en el otro no se respetan la separación en términos ni otras propiedades de las operaciones. Indiquen cuáles son los cálculos correctos.

$a_1)\ 8 + 5.(-3) = 13.(-3) = -39$

$a_2)\ 8 + 5.(-3) = 8 - 15 = -7$

$c_1)\ 5 - (-2)^2 + (-3)^2 = 5 + 4 - 9 = 0$

$c_2)\ 5 - (-2)^2 + (-3)^2 = 5 - 4 + 9 = 10$

$b_1)\ (7+4)^2 = 11^2 = 121$

$b_2)\ (7+4)^2 = 7^2 + 4^2 = 49 + 16 = 65$

$d_1)\ 16: 2 + 7.3 = 8 + 21 = 29$

$d_2)\ 16: 2 + 7.3 = 15.3 = 45$

¿Y si el exponente es cero?

Cualquier número, distinto de cero, elevado a la cero es igual a uno.

En símbolos: $a^0 = 1 \; para \; todo \; a \neq 0.$

Ejemplos: $15^0 = 1 (-31)^0 = 1$

¿Y si debemos resolver un producto o un cociente de potencias?

Producto de potencias de Igual base: $a^m . a^n = a^{m+n}$

Cociente de potencias de Igual base: $a^m : a^n = a^{m-n}, para \; todo \; a \neq 0.$

¿Y si la base es una potencia?

Potencia de otra potencia se multiplican, en símbolos: $(a^n)^m = a^{n.m}$.

Actividad 4:

1. Calculen y expresen el resultado como una potencia:

a. $11^3 . 11^6 . 11^0 =$ c. $\left[\frac{9^5.(-2)^3.(-2^4)}{9^2}\right]^0 =$ e. $[(-2)^2]^3 =$ g. $(5^0)^3 =$

b. $\frac{7.3^5.7^4}{7^2.3^3} =$ d. $\frac{-5.4^0.(-5)^5.4^3}{(-5)^3.4} =$ f. $(3^{-2})^2 =$ h. $\frac{3^2(-2)^2}{2^2.5} =$

El resultado obtenido en el inciso h, ¿es un número entero?

"Cuando se dividen dos números enteros, no siempre se obtiene un número entero", nuevamente nos encontramos frente a la necesidad de definir otro conjunto numérico.

¿Qué son las ecuaciones?

Las **ecuaciones** son igualdades en las que aparecen números y letras (denominadas **incógnitas**) relacionados mediante operaciones matemáticas.

Por ejemplo: $y + 2x = 5$; $x^2 + a = b + 8$; $2^x + 9 = 17$.

En particular, cuando el valor desconocido es uno solo, a dicha ecuación la llamamos *ecuación con una incógnita*. Algunos ejemplos son:

a) $3x + 4 = 5x - 8$ b) $2x^2 + 20 = 24x - 20$ c) $\log x = 3 - \log(x + 2)$

Para saber más

Tradicionalmente, se ha asignado la paternidad del Álgebra a los matemáticos árabes. En realidad, el mérito de éstos radica en la recopilación y ampliación de los conocimientos de matemáticos babilónicos, egipcios, hindúes y griegos.

Es de todos conocido el código, grabado en una estela de diorita, del rey babilónico *Hammurabi*, cuyas leyes regían la sociedad babilónica y que actualmente está en el Museo del Louvre. Es, sin embargo, menos conocido que, en diversas excavaciones arqueológicas, se han encontrado tablillas de arcilla de su época en las que se plantean y solucionan sistemas de ecuaciones lineales con varias incógnitas.

Los sistemas de ecuaciones lineales, por tanto, fueron ya resueltos por los babilonios, los cuales llamaban a las incógnitas con palabras tales como longitud, anchura, área, o volumen, sin que tuvieran relación con problemas de medida.

Un ejemplo tomado de una tablilla babilónica plantea la resolución de un sistema de ecuaciones en los siguientes términos:

1/4 anchura + longitud = 7 manos
longitud + anchura = 10 manos

Para resolverlo comienzan asignando el valor 5 a una mano y observaban que la solución podía ser: **anchura = 20, longitud = 30**

También resolvían sistemas de ecuaciones, donde alguna de ellas era cuadrática.
Los egipcios nos dejaron en sus papiros (sobre todo en el de Rhind -1.650 a. de C- y el de Moscú -1.850 a. de C.-) multitud de problemas matemáticos resueltos. La mayoría de ellos son de tipo aritmético y respondían a situaciones concretas de la vida diaria; sin embargo, encontramos algunos que podemos clasificar como algebraicos, pues no se refieren a ningún objeto concreto. En éstos, de una forma retórica, obtenían una solución realizando operaciones con los datos, de forma análoga a como hoy resolvemos dichas ecuaciones.

Una ecuación lineal que aparece en el papiro de Rhind responde al problema siguiente:

"Un montón y un séptimo del mismo es igual a 24".

En notación moderna, la ecuación sería: **x + 1/7 x = 24**

Los griegos también resolvían algunos sistemas de ecuaciones, pero utilizando métodos geométricos. *Thymaridas* (400 a. de C.) había encontrado una fórmula para resolver un determinado sistema de n ecuaciones con n incógnitas.

Solución de una ecuación

Resolver una ecuación es encontrar los valores de la incógnita tales que, al ser sustituidos en la ecuación y realizar las operaciones indicadas, hagan que la igualdad sea cierta.

Por ejemplo, dada la ecuación $3x - 1 = 6x - 7$, si sustituimos x por el valor 2 en dicha ecuación, tenemos:

$$3.2 - 1 = 6.2 - 7$$
$$6 - 1 = 12 - 7$$
$$5 = 5$$

y la ecuación se ha transformado en una identidad, por lo tanto, 2 es solución de la ecuación.

En cambio si sustituimos x por el valor 3 en la misma ecuación:

$$3.3 - 1 = 6.3 - 7$$
$$9 - 1 = 18 - 7$$
$$8 = 11$$

llegamos a una igualdad que no es cierta. Por lo tanto, 3 no es solución de la ecuación.

El conjunto solución de una ecuación determinada puede:

Tener un solo elemento: por ej. $2x = 6$. La única solución de esta ecuación es $x = 3$.
Tener un número finito de elementos: por ej. $x^3 + \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}x = 0$ tiene como soluciones solamente a $\frac{1}{2}$, -1 y 0.
No tener elementos: por ej. $x^2 = -4$. En este caso decimos que el conjunto solución es vacío.

Tener infinitos elementos: por ej. $2x - x = x$, puesto que todo número real es solución de dicha ecuación.

Cuando dos ecuaciones tienen el mismo conjunto solución, decimos que dichas ecuaciones son **equivalentes**. Por ejemplo, las ecuaciones $4x + 6 = x + 9$ y $x - 2 = -1$ tienen ambas como conjunto solución al $\{1\}$.

¿Cómo podríamos obtener ecuaciones equivalentes a una dada? Para esto, nos valemos de algunas propiedades básicas de las igualdades:

Si a , b , c y d son cuatro números reales cualesquiera, entonces valen las propiedades siguientes:

1) **Reflexividad**: $a = a$, es decir, todo número es igual a sí mismo.
2) **Simetría**: $a = b \Rightarrow b = a$, es decir, dados dos números a y b , si el primero es igual al segundo, entonces el segundo también es igual al primero.
3) **Transitividad**: $a = b \wedge b = c \Rightarrow a = c$, es decir, si un número a es igual a otro b , y éste último es igual a un tercer número c , entonces el primero es igual al tercero.
4) **Uniformidad con la suma**: $a = b \Rightarrow a + c = b + c$, es decir, si se suma el mismo número a ambos miembros de una

Veamos cómo aplicar dichas propiedades en la resolución de algunas ecuaciones sencillas. Por

$a = b \Rightarrow ac = bc$

ejemplo:

$$3x + 8 = 9$$

$$3x + 8 + (-8) = 9 + (-8) \qquad \text{(por la uniformidad con la suma)}$$

$$3x = 1$$

$$3x . \tfrac{1}{3} = 1 . \tfrac{1}{3} \qquad \text{(por la uniformidad con el producto)}$$

$$x = \tfrac{1}{3}$$

Es importante verificar que el valor obtenido satisface la ecuación porque un error en los cálculos puede conducirnos a una solución incorrecta.

Grado de una ecuación

El grado de una ecuación es el mayor de todos los exponentes a los que está elevada la incógnita.
Se dice que son de primer grado cuando el exponente de la incógnita es como mucho 1.

Resolución de ecuaciones de primer grado

En la resolución de ecuaciones es común escuchar comentarios como “lo que está restando pasa sumando” o “lo que está multiplicando pasa dividiendo”. En realidad, lo que se está haciendo es aplicar las propiedades vistas. En este curso vamos a trabajar usando esas propiedades y justificando todos los pasos realizados. Veamos ciertos casos particulares:

- Sea la ecuación lineal: $2x - 8 = 2(3 + x)$

  Resolución:

  $2x - 8 = 2(3 + x)$

  $2x - 8 = 6 + 2x$ (por propiedad distributiva)

  $2x - 8 - 2x = 6 + 2x - 2x$ (por propiedad uniforme de la suma)

  $-8 = 6$ ¡Absurdo!

  ¿Qué significa esto? ¿Habremos cometido algún error durante el desarrollo? No se cometió ningún error. El absurdo provino de que la ecuación dada no tiene solución en los números reales, es decir, no existe *ningún* valor de x que satisfaga la ecuación. El conjunto solución de dicha ecuación es *vacío*.

- Sea la ecuación lineal: $-10x = 5(2x - 4x)$

  Resolución:

  $-10x = 5(2x - 4x)$

  $-10x = 5(-2x)$ (operando)

  $-10x = -10x$

  $-10x.\left(-\frac{1}{10}\right) = -10x.\left(-\frac{1}{10}\right)$ (por propiedad uniforme con la suma)

  $x = x$

Observemos que la ecuación equivalente que obtuvimos se verifica para cualquier valor de x. Esto quiere decir que *cualquier* número real verifica la ecuación inicial, es decir, el conjunto solución de dicha ecuación es *infinito*.

- Sea la ecuación lineal: $3x - 5 = 8$

  Resolución:

  $3x - 5 = 8$

  $3x - 5 + 5 = 8 + 5$ (por propiedad uniforme de la suma)

  $3x = 13$

  $3x.\frac{1}{3} = 13.\frac{1}{3}$ (por propiedad uniforme del producto)

  $x = \frac{13}{3}$

En este caso, existe un *único* valor de x $\left(x = \frac{13}{3}\right)$ que verifica la ecuación original. El conjunto solución es *unitario*.

Conclusión:

Dada una ecuación de primer grado, ésta tiene:
- Ninguna solución
- Una única solución
- Infinitas soluciones

Resolución de problemas

Para resolver cualquier problema debemos seguir las siguientes pautas. Veamos un ejemplo:

La edad de una madre es el triple que la edad de su hija, y dentro de 14 años sólo tendrá el doble de la que tendrá la hija. ¿Qué edad tiene la hija?

Elección de la incógnita:

Se debe elegir como incógnita una cantidad desconocida, el resto de las cantidades se relaciona con la incógnita según las condiciones del problema

- La edad actual de la hija, como la desconocemos, la llamaremos: x
- La edad actual de la madre es el triple: $3x$
- La edad de la hija dentro de 14 años: $x+14$
- La edad de la madre dentro de 14 años: $3x+14$

Planteo de la ecuación:

Es la parte más importante. Consiste en traducir el enunciado a lenguaje matemático convirtiéndolo en una ecuación.

Como dentro de 14 años la edad de la madre será el doble que la de la hija, para igualar esas cantidades tenemos que multiplicar la edad de la hija por 2:

$$3x+14 = 2.(x+14)$$

- Resolución de la ecuación obtenida en el planteo:

$$3x+14 = 2.(x+14)$$

$$3x+14 = 2x+28 \qquad \text{(por propiedad distributiva)}$$

$$3x+14-2x = 2x+28-2x \qquad \text{(por propiedad uniforme de la suma)}$$

$$x+14 = 28$$

$$x+14-14 = 28-14 \qquad \text{(por propiedad uniforme de la suma)}$$

$$x = 14$$

Entonces la hija tiene 14 años y la madre tiene 42 años.

- Comprobación:

Colocaremos el valor de la solución en el lugar de la x :

Dentro de 14 años la hija tendrá 28 años.

Dentro de 14 años la madre tendrá 42+14=56 años.

Se comprueba que el doble de la edad de la hija es igual a la edad de la madre.

Para saber más

Diofanto de Alejandría (siglo III a.C.), último geómetra importante en la matemática griega, que según la tradición dejó escrito el siguiente acertijo:

Caminante, aquí fueron enterrados los restos de Diofanto, es él quien con esta sorprendente distribución te dice el número de años que vivió:

*Su juventud ocupó la **sexta** parte, después durante la **doceava** parte su mejilla se cubrió de vello.*

*Pasó aún una **séptima** parte de su vida antes de tomar esposa y su primogénito nació **cinco** años después. Al alcanzar éste la **mitad** de la edad de su padre, pereció de una muerte desgraciada. Su padre tuvo que sobrevivirlo llorándolo, durante **cuatro** años más.*

Con esta información deduce su edad.

Si llamamos x a la edad a la que murió Diofanto, entonces traduciendo el acertijo al lenguaje algebraico tenemos:

$$\frac{x}{6}+\frac{x}{12}+\frac{x}{7}+5+\frac{x}{2}+4=x$$

¿Cuántos años vivió Diofanto?

Resolución de ecuaciones de segundo grado

Una ecuación de segundo grado es de la forma: $ax^2+bx+c=0$, donde $a\neq 0$, $a,b,c\in \mathrm{R}$ o cualquier expresión equivalente a ésta.

Ejemplos:

- $-x^2+5x-8=6$, puesto que es equivalente a: $-x^2+5x-14=0$
- $x.(7-x)=x$, puesto que es equivalente a: $-x^2+6x+0=0$
- $5=3x^2-2$, puesto que es equivalente a: $3x^2+0x-7=0$
- $(x+2)^2=0$, puesto que es equivalente a: $x^2+4x+4=0$

Veamos un caso particular de resolución de una ecuación de segundo grado.

Sea la ecuación: $2x^2+6x-8=0$

En primer lugar, extraemos 2 como factor común: $2.(x^2+3x-4)=0$

Ahora, tenemos que sumar y restar un número para que en la expresión entre paréntesis se forme un trinomio cuadrado perfecto. Este número es $\frac{9}{4}$.

La expresión resulta:

$2.(x^2+3x+\frac{9}{4}-\frac{9}{4}-4)=0$

Factorizando el trinomio y operando:

$2.\left[(x+\frac{3}{2})^2-\frac{25}{4}\right]=0$

Dividiendo ambos miembros por 2 y despejando el binomio al cuadrado, resulta:

$(x+\frac{3}{2})^2=\frac{25}{4}$

Como ambos miembros son positivos, podemos calcular sus raíces cuadradas, y se obtiene:

$x+\frac{3}{2}=\pm\frac{5}{2}$

De donde:

$x=\frac{5}{2}-\frac{3}{2}=1$, o bien $x=-\frac{5}{2}-\frac{3}{2}=-4$

Por lo tanto, las soluciones de la ecuación son $\{1,-4\}$.

A este procedimiento se lo conoce como “completamiento de cuadrados”.

Apliquemos, ahora, el completamiento de cuadrados para resolver una ecuación general de segundo grado:

$ax^2+bx+c=0$ donde $a\neq 0$

$a.\left(x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}\right)=0$ (podemos hacerlo pues $a\neq 0$)

En este caso, debemos sumar y restar $\frac{b^2}{4a^2}$ para obtener un trinomio cuadrado perfecto.

$$a.\left(x^2+\frac{b}{a}x+\frac{b^2}{4a^2}-\frac{b^2}{4a^2}+\frac{c}{a}\right)=0\Rightarrow a.\left[\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{b^2}{4a^2}+\frac{c}{a}\right]=0$$

Dividiendo por $a \neq 0$, calculando el denominador común $4a^2$ y despejando el binomio al cuadrado, resulta:

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2} \Rightarrow x + \frac{b}{2a} = \pm\sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}} \Rightarrow x + \frac{b}{2a} = \frac{\pm\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x + \frac{b}{2a} = \frac{\pm\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \Rightarrow x = -\frac{b}{2a} + \frac{\pm\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \Rightarrow \boxed{x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}}$$

Observemos que, mediante este desarrollo genérico, hemos conseguido obtener una fórmula que nos permite conocer las soluciones de cualquier ecuación de segundo grado, sin tener que aplicar el procedimiento de completamiento de cuadrados cada vez que queremos resolver una ecuación cuadrática. Esta fórmula es la resolvente de la ecuación de segundo grado.

Ejemplo: Si queremos hallar las soluciones de la ecuación $-2x^2 - 3x = -2$, en primer lugar debemos llevarla a la forma general $ax^2 + bx + c = 0$, es decir, $-2x^2 - 3x + 2 = 0$.
En este caso particular, tenemos que $a = -2$, $b = -3$ y $c = 2$. Luego, utilizando la fórmula ya vista las soluciones están dadas por: $x_{1,2} = \dfrac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4.(-2).2}}{2.(-2)}$

Operando se tiene: $x_{1,2} = \dfrac{3 \pm 5}{-4}$, es decir $x_1 = \dfrac{3+5}{-4} = -2$ y $x_2 = \dfrac{3-5}{-4} = \dfrac{1}{2}$.

Veamos qué información nos puede brindar sobre las soluciones la fórmula para resolver ecuaciones de segundo grado:

- Supongamos que tenemos una ecuación de segundo grado en la que $b^2 - 4ac = 0$. ¿Cómo influye esto en el conjunto solución?

………

- Supongamos que $b^2 - 4ac < 0$. ¿Qué sucede en este caso?¿Cómo son las soluciones?

………

- ¿Qué sucede, en cambio, cuando $b^2 - 4ac > 0$?¿Cómo son las soluciones?

………

Observación: Notemos que al obtener las soluciones de una ecuación polinómica de la forma $ax^2 + bx + c = 0$ lo que se hace es hallar las raíces del polinomio $P(x) = ax^2 + bx + c$. Conocidas las raíces r_1 y r_2, esto nos permite escribir al polinomio de la forma $P(x) = a(x - r_1)(x - r_2)$, es decir, escribirlo totalmente factorizado.
Recíprocamente, si tenemos un polinomio escrito de la forma $P(x) = a(x - r_1)(x - r_2)$, es decir, factorizado, sabemos que r_1 y r_2 son las soluciones de la ecuación $a(x - r_1)(x - r_2) = 0$.

Conclusión:

Dada una ecuación de segundo grado, ésta tiene:

- Ninguna solución real.
- Una única solución real.
- Dos soluciones reales distintas.

Funciones lineales y cuadráticas

Funciones lineales

Una función lineal es una función polinómica de primer grado, en un gráfica se representa como una línea recta y se escribe: **f(x) = mx + b**.

Recordemos que los polinomios de primer grado tienen la variable elevada a la primera potencia, cuando la potencia es 1 normalmente no se escribe.

m = pendiente de la recta (constante).

b = punto de corte de la recta con el eje y (constante).

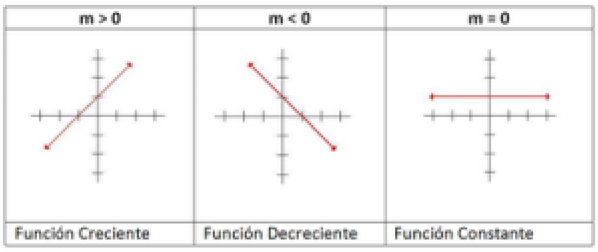
x = variable.

Cuando modificamos "m" en una función lineal se modifica la pendiente es decir la inclinación de la recta, si cambiamos "b" la línea se mueve hacía arriba o abajo.

Las funciones se pueden clasificar en tres tipos:

- Si el valor de "m" es mayor a cero la función es **creciente**.
- Si el valor de "m" es menor a cero la función es **decreciente**.
- Si "m" es igual a cero la función es **constante** (su gráfica será una recta paralela al eje X).

Estos son los tres tipos de funciones:



Representa las funciones

1 y = 2

$\boxed{2}$ y = -2

$\boxed{3}$ y = ¾

$\boxed{4}$ y = 0

$\boxed{5}$ x = 0

$\boxed{6}$ x = −5

$\boxed{7}$ y = x

$\boxed{8}$ y = 2x

$\boxed{9}$ y = 2x − 1

$\boxed{10}$ y = −2x − 1

$\boxed{11}$ y = ½x − 1

$\boxed{12}$ y = ½x − 1

Representa las funciones con los datos dados

$\boxed{13}$ Tiene pendiente −3 y ordenada en el origen −1.

$\boxed{14}$ Tiene por pendiente 4 y pasa por el punto (−3, 2).

$\boxed{15}$ Pasa por los puntos A(−1, 5) y B(3, 7).

$\boxed{16}$ Pasa por el punto P(2, −3) y es paralela a la recta de ecuación y = −x + 7.

$\boxed{17}$ En las 10 primeras semanas de cultivo de una planta, que medía 2 cm, se ha observado que su crecimiento es directamente proporcional al tiempo, viendo que en la primera semana ha pasado a medir 2.5 cm. Establecer una función a fin que dé la altura de la planta en función del tiempo y representar gráficamente.

18 Por el alquiler de un coche cobran 100 € diarios más 0.30 € por kilómetro. Encuentra la ecuación de la recta que relaciona el coste diario con el número de kilómetros y represéntala. Si en un día se ha hecho un total de 300 km, ¿qué importe debemos abonar?

19 Calcular los coeficientes de la función $f(x) = ax + b$ si $f(0) = 3$ y $f(1) = 4$.

Funciones cuádráticas

Si $a>0$ el vértice de la parábola estará en la parte inferior y si o $a<0$ el vértice estará en la parte superior de la parábola.

La gráfica de una función cuadrática es una parábola de la cual el eje de simetría es paralelo al eye de las “y”.

Modificaciones en la función, si sumamos o restamos dentro del paréntesis la parábola se mueve hacia la izquierda o la derecha respectivamente, Si restamos o sumamos en la función fuera del paréntesis la parábola se mueve hacia abajo o hacia arriba.

Para **obtener la raíces** de la ecuación seguimos estos pasos:

1. Igualar la ecuación a cero.
2. Factorizar la ecuación.
3. Igualar cada factor a cero y obtener las raíces.

Para **graficar la función** seguimos estos pasos:

1. Con el valor de “a” determinar si la parábola abre hacía arriba o hacía abajo.
2. Obtener los puntos de intersección, los del eje “x” se obtienen con las raíces de la ecuación, para obtener las intersecciones en “y” igualamos la x a cero.
3. Obtener el vértice de la función, el punto “x” de la coordenada del vértice se obtiene con la fórmula $-b/2a$ y el punto “y” se obtiene sustituyendo x en la función.
4. Graficar los puntos obtenidos en los puntos 2 y 3 para graficar la curva.

Espero te haya quedado muy claro que son las funciones lineales y cuadráticas y sus características!

Representa las funciones cuadráticas

1 $y = -x^2 + 4x - 3$

2 $y = x^2 + 2x + 1$

3 $y = x^2 + x + 1$

4 Halla el vértice y la ecuación del eje de simetría de las siguientes parábolas:

1 $y = (x - 1)^2 + 1$

2 $y = 3(x - 1)^2 + 1$

3 $y = 2(x + 1)^2 - 3$

4 $y = -3(x - 2)^2 - 5$

5 $y = x^2 - 7x - 18$

6 $y = 3x^2 + 12x - 5$

5 Indica, sin dibujarlas, en cuantos puntos cortan al eje de abscisas las siguientes parábolas:

1 $y = x^2 - 5x + 3$

2 $y = 2x^2 - 5x + 4$

3 $y = x^2 - 2x + 4$

4 $y = -x^2 - x + 3$

6 Una función cuadrática tiene una expresión de la forma $y = x^2 + ax + a$ y pasa por el punto (1, 9). Calcular el valor de a.

7 Se sabe que la función cuadrática de ecuación $y = ax^2 + bx + c$ pasa por los puntos (1,1), (0, 0) y (-1,1). Calcula a, b y c.

8 Una parábola tiene su vértice en el punto V(1, 1) y pasa por el punto (0, 2). Halla su ecuación.

9 Partiendo de la gráfica de la función $f(x) = x^2$, representa:

1 $y = x^2 + 2$

2 $y = x^2 - 2$

3 $y = (x + 2)^2$

4 $y = (x - 2)^2$

5 $y = (x - 2)^2 + 2$

6 $y = (x + 2)^2 - 2$

Resolver los siguientes problemas Dinamica- Leyes de Newton

Problema n° 1) Sea un paralelepípedo rectángulo de hierro ($\delta = 7{,}8$ g/cm³) cuya base es de 32 cm² y su altura es de 20 cm, determinar:

a) la masa.

b) la aceleración que le provocará una fuerza constante de 100 N.

c) la distancia recorrida durante 30 s.

Problema n° 2) Sobre un cuerpo actúa una fuerza constante de 50 N mediante la cual adquiere una aceleración de 1,5 m/s^2, determinar:

a) la masa del cuerpo.

b) Su velocidad a los 10 s.

c) la distancia recorrida en ese tiempo.

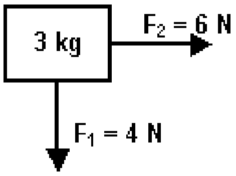
3) ¿Cuál será la intensidad de una fuerza constante al actuar sobre un cuerpo que pesa 50 N si después de 10 s ha recorrido 300 m?.

Problema n° 4) ¿Cuál será la fuerza aplicada a un cuerpo que pesa 12800 N si lo hace detener en 35 s?, la velocidad en el instante de aplicar la fuerza era de 80 km/h.

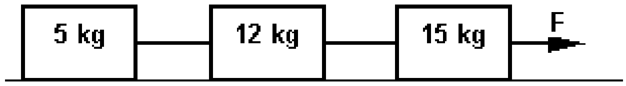
Problema n° 5) Un cuerpo posee una velocidad de 20 cm/s y actúa sobre él una fuerza de 120 N que después de 5 s le hace adquirir una velocidad de 8 cm/s. ¿Cuál es la masa del cuerpo?.

Problema n° 6) Impulsado por una carga explosiva, un proyectil de 250 N atraviesa la cámara de fuego de un arma de 2 m de longitud con una velocidad de 50 m/s, ¿Cuál es la fuerza desarrollada por la carga explosiva?.

Problema n° 7) Un cuerpo de masa 3 kg está sometido a la acción de dos fuerzas de 6 N y 4 N dispuestas perpendicularmente, como indica la figura, determinar la aceleración y su dirección



Problema n° 8) Determinar la fuerza **F** necesaria para mover el sistema de la figura, considerando nulos los rozamientos, si la aceleración adquirida por el sistema es de 5 m/s^2.



Ejercicios de Hidraulica

Ejercicio 1.

Por una tubería horizontal de 20 mm de diámetro interno circula un fluido con una velocidad de 3 m/s.

a) Calcula el caudal.

b) Calcula la sección de otra sección de la misma líena de 10 mm de diámetro interior.

c) Si el fluido es agua, calcula la diferencia de alturas entre dos tubos verticales colocados inmeidatamente antes y después del estrechamiento.

Dato: Densidad del agua 1 g/cm^3.

Ejercicio 2.

Una tubería horizontal de 20 mm de diámetro interior conduce agua con una velocidad de 1 m/s. La presión en la entrada es de 10.000 Pa. En la salida hay un estrechamiento de 10 mm de diámetro.

Ejercicio 3.

Un cilindro vertical tiene un diámetro interior de 150 mm y un agujero en la pared lateral, cerca de la base con un diámetro de 5 mm. Si se mantiene constante el nivel de agua en su interior en 350 mm por encima del agujero, calcula la velocidad de salida del chorro de agua