

Resolver:

1. En cada una de las siguientes proporciones, encuentren el valor de la incógnita

$$a) \frac{5}{x} = \frac{20}{10}$$

$$b) \frac{7}{28} = \frac{3z}{12}$$

$$c) \frac{4}{0,3} = \frac{5+2^3}{a-6}$$

2. La empresa de teléfonos celulares “2x4CCORTA” lanzó al mercado una nueva línea. Para usar el teléfono se debe comprar una tarjeta, y cargar en ella una suma de dinero; al finalizar la llamada, en el visor del teléfono aparece el dinero utilizado. Norma ha optado por este nuevo método, pero quiere averiguar los costos de las llamadas. Para ello comenzó a controlar la duración de las mismas y el gasto ocasionado en cada una. Los datos que obtuvo están en la siguiente tabla.

Duración de la llamada	25 seg	1min 30 seg = 90 seg	5min 10seg = 310seg
Costo	\$0,30	\$1,08	\$ 3,72

¿Cuánto cuesta el minuto? ¿Cuánto cuesta una llamada de 10 minutos?

¿Cuántos minutos puede hablar si cargó \$24?

Si la empresa considera que cada pulso telefónico dura 20 segundos,

¿cuánto cuesta una llamada de 50 pulsos?

3. Carlos acaba de comprarse un auto 0km. Según el manual, el rendimiento del mismo es el siguiente: un tanque lleno de combustible (30 litros) alcanza para recorrer 330 Km, a una velocidad promedio de 120 kilómetros por hora.

Si va a circular a la velocidad promedio establecida:

- ¿Cuánto combustible gasta el vehículo por kilómetro recorrido?
- ¿Cuánto combustible necesitará para recorrer 55 kilómetros?
- Si el tanque tiene nafta hasta la mitad, ¿cuántos kilómetros puede recorrer sin cargar nafta nuevamente?
- ¿Cuántos kilómetros puede recorrer con 30 litros, 45 litros y con 25 litros de combustible?

➤ MAGNITUDES DIRECTAMENTE PROPORCIONALES (MDP)

Definición: Dos magnitudes son directamente proporcionales, si el cociente entre cantidades que se corresponden (en una tabla, por ejemplo), es siempre igual a una constante.

Es decir, si a y b son magnitudes directamente proporcionales entonces deben verificar: $\frac{a}{b} = k, k \neq 0$

k se llama constante de proporcionalidad

De modo equivalente, diremos que dos magnitudes son directamente proporcionales si al aumentar o disminuir el valor de una de ellas, el valor de la otra aumenta o disminuye en la misma proporción.

Ejemplos: Veamos si las magnitudes que aquí se relacionan corresponden a MDP.

A)

Longitud del lado de un cuadrado (cm)	Área del cuadrado (cm^2)	$\frac{\text{Área}}{\text{lado}}$
1	1	1
2	4	2
2,5	6,25	2,5
3	9	3

Podemos ver que se verifica que al aumentar una magnitud la otra también aumenta, pero, podemos observar que no se mantiene la misma proporción (datos de la tercera columna). Por lo tanto, las magnitudes dadas en la tabla NO son directamente proporcionales.

A) Si sabemos que una biblioteca compró 25 libros a \$67500, ¿cuánto hubiese pagado por 2 libros? ¿y por 5? ¿y por 17? ¿y por 1 libro?

Para responder podemos calcular el valor de un libro y a partir de ese valor obtener los otros valores pedidos.

$$\frac{67500}{25} = 2700 \leftarrow \text{éste es el valor de un libro.}$$

$$\text{Luego, por 2 libros pagaría } 2 \cdot \$2700 = \$5.400$$

$$\text{Por 5 libros pagaría } 5 \cdot \$2700 = \$13.500$$

$$\text{Por 17 libros pagaría } 17 \cdot \$2700 = \$45.900$$

Las magnitudes que aquí se relacionan (cantidad de libros y dinero a pagar) son directamente proporcionales pues a medida que una aumenta (o disminuye), la otra también aumenta (o disminuye) con la misma proporción. ¿Cuál es esa proporción? Podemos construir la siguiente tabla, de forma equivalente a la del ejemplo A), y en la tercera columna ver cuál es la constante de proporcionalidad.

Cantidad de libros	Dinero a pagar (\$)	$\frac{\text{Dinero}}{\text{Cantidad de libros}}$
1	2700	2700
2	5400	2700
5	13500	2700
17	45900	2700
25	67500	2700

- Dada esta definición, ¿podrías decir cuáles son las magnitudes que se relacionan en las situaciones 2) y 3) planteadas y propuestas para resolver anteriormente? ¿Corresponden a Magnitudes directamente proporcionales? ¿Por qué?

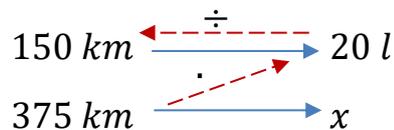
REGLA DE TRES SIMPLE PARA MAGNITUDES DIRECTAMENTE PROPORCIONALES - FACTOR DE CONVERSIÓN.

En los problemas de regla de tres simple intervienen magnitudes proporcionales. Es un método en donde a partir de tres datos, se encuentra la incógnita buscada, utilizando las propiedades de la proporcionalidad directa e inversa, según corresponda.

Por ejemplo, resolvamos la siguiente situación con la regla de tres simple:

Si una camioneta que circula a una velocidad de 110 km/h , consume 20 litros de nafta para recorrer 150 km , ¿cuánto consumirá si el recorrido es de 375 km yendo a la misma velocidad?

El planteo del problema:



Las magnitudes “distancia recorrida” y “consumo de nafta” son directamente proporcionales, entonces, se puede plantear la siguiente proporción:

$$\frac{150 \text{ km}}{375 \text{ km}} = \frac{20 \text{ l}}{x}$$

que usando la propiedad fundamental de las proporciones la ecuación se resuelve:

$$150 \text{ km} \cdot x = 20 \text{ l} \cdot 375 \text{ km} \leftrightarrow x = \frac{20 \text{ l} \cdot 375 \text{ km}}{150 \text{ km}} \leftrightarrow x = 50 \text{ l}$$

Respuesta: para recorrer 375 km, la camioneta consume 50 l de nafta.

FACTOR DE CONVERSIÓN

Un factor de conversión representa el valor numérico o la proporción que se utiliza para relacionar una unidad de medida con otra. El factor de conversión es un valor alternativo que se utiliza para representar una unidad de medida.

De esta forma, en la situación anteriormente planteada y resuelta, la fracción o la razón $\frac{20 \text{ l}}{150 \text{ km}}$ es el factor de conversión que nos permite conocer cuántos litros de nafta se necesitan por kilómetro recorrido. Entonces, conociendo este factor, para responder a la situación podríamos haber realizado la siguiente operación:

$$\frac{20 \text{ l}}{150 \text{ km}} \cdot 375 \text{ km} = 50 \text{ l}$$

Si ahora preguntáramos ¿cuántos kilómetros recorre el vehículo con 13 litros de nafta circulando a la misma velocidad? ¿Cómo podríamos proceder para dar respuesta a esta pregunta?

<p style="text-align: center; color: blue; font-weight: bold;">REGLA DE TRES SIMPLE</p> <div style="display: flex; align-items: center; gap: 10px;"> <div style="text-align: center;"> 20 l 13 l </div> <div style="text-align: center;"> $\xrightarrow{\div}$ $\xrightarrow{\cdot}$ </div> <div style="text-align: center;"> 150 km x </div> </div> $x = \frac{13 \cancel{\text{l}} \cdot 150 \text{ km}}{20 \cancel{\text{l}}} = 97,5 \text{ km}$		<p style="text-align: center; color: blue; font-weight: bold;">FACTOR DE CONVERSIÓN</p> <div style="text-align: center;"> $x = \frac{150 \text{ km}}{20 \cancel{\text{l}}} \cdot 13 \cancel{\text{l}} = 97,5 \text{ km}$ </div>
---	--	--

Continuamos resolviendo:

4. Compré $\frac{3}{4}$ kilos de peras y aboné \$ 0,90. ¿Cuánto cuesta 1 kilo? ¿y $\frac{1}{2}$ kilo?.
5. Trescientos gramos de salami cuestan 3,3 euros. ¿Cuánto cuesta un cuarto de kilo?
6. Un corredor de maratón ha avanzado 2,4 km en los 8 primeros minutos de su recorrido. Si mantiene la velocidad, ¿cuánto tardará en completar los 42 km del recorrido?

7. Enrique ayuda a unos familiares en su tienda en Navidad. Por cinco días de trabajo le dan 160 euros. ¿Cuánto le darán por diecisiete días?

PORCENTAJE

Un porcentaje, o “tanto por ciento”, es una razón que expresa cuántas partes se consideran de las cien en las que se divide una cantidad. Se simboliza así: %.

Veamos los siguientes ejemplos:

- Si una fábrica produce 36.260.130 pastillas de medicamentos de tipo A y B sabe que el 51,3% es del tipo A y 48,7% es del tipo B, podemos calcular cuántas pastillas representan estos porcentajes.

Tengamos en cuenta que el 100% corresponde al total de pastillas.

Usando el factor de conversión correspondiente, encontremos:

FACTOR DE CONVERSIÓN

↓

Cantidad de pastillas de tipo A: $\frac{36.260.130 \text{ pastillas}}{100 \%} \cdot 51,3 \% \cong 18.601.447 \text{ pastillas}$

Cantidad de pastillas de Tipo B: $\frac{36.260.130 \text{ pastillas}}{100 \%} \cdot 48,7 \% \cong 17.658.683 \text{ pastillas}$

- Si para una fiesta, se compraron 150 litros de bebidas: 30 de vino, 60 de gaseosas, 45 de agua mineral y 15 de jugo. ¿Cuál es el porcentaje que hay de cada bebida?

FACTOR DE CONVERSIÓN

↓

Porcentaje de vino: $\frac{100 \%}{150 \text{ l}} \cdot 30 \text{ l} = 20 \%$

Porcentaje de gaseosa: $\frac{100 \%}{150 \text{ l}} \cdot 60 \text{ l} = 40 \%$

Porcentaje de agua mineral: $\frac{100 \%}{150 \text{ l}} \cdot 45 \text{ l} = 30 \%$

Porcentaje de agua mineral: $\frac{100 \%}{150 \text{ l}} \cdot 15 \text{ l} = 10 \%$

Resolver:

8. Un negocio que vendía mensualmente 2900 artículos, incrementó sus ventas en un 12 %. ¿A cuánto ascendieron las ventas?
9. Una caja de bocaditos de chocolate tiene 75 unidades. ¿Cuántos bocaditos tendría la caja, si disminuyera la cantidad en un 28% ?
10. Una moto cuyo precio era 5000 euros, tiene un nuevo precio de 5250 euros. ¿Cuál es el porcentaje de aumento?
11. De los 800 alumnos de un colegio, han ido de viaje 600. ¿Qué porcentaje de alumnos fue al viaje?

ESCALAS

En la confección de mapas, planos, algunas ilustraciones y maquetas, se utilizan medidas a escala; es decir se encuentra una longitud adecuada, más pequeña o mas grande, para representar las longitudes reales.

La escala es una **razón**, ya que es el cociente entre dos medidas: la longitud representada (longitud del dibujo) y su correspondiente longitud real.

$$e = \frac{\text{longitud representada}}{\text{longitud real}}$$

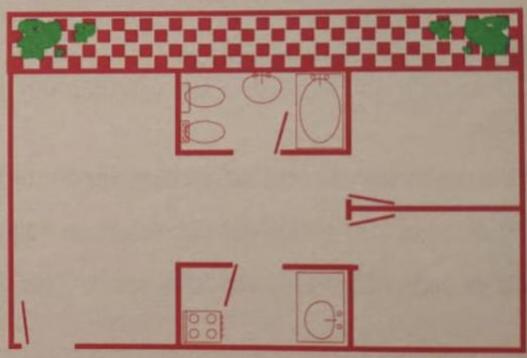
Si el número obtenido es menor a 1 ($e < 1$), la representación es una reducción. Si el número es mayor a 1 ($e > 1$), la representación es una ampliación.

Ejemplo:

El plano de este departamento usa una escala de $\frac{1 \text{ cm}}{100 \text{ cm}} = 0,01$.

Cada centímetro del plano representa 100 cm reales (o 1 m).

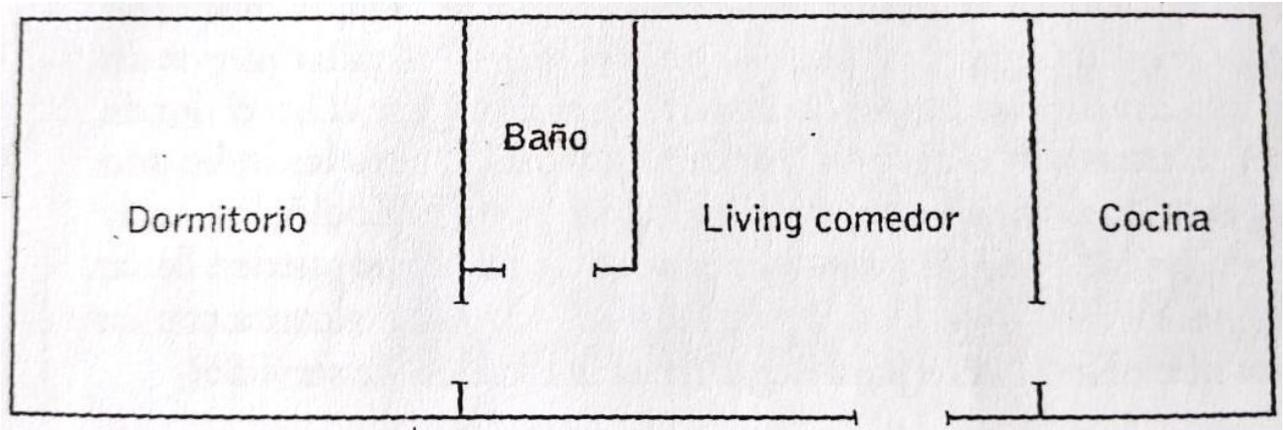
Esta escala se expresa **1 : 100**.
Este plano es 100 veces más pequeño que el tamaño real.



escala 1 : 100

Resolver:

12. En el siguiente plano de una vivienda nos aseguran que el dormitorio principal mide $4m \times 3,5m$ ¿Cuáles son las dimensiones de los otros ambientes?

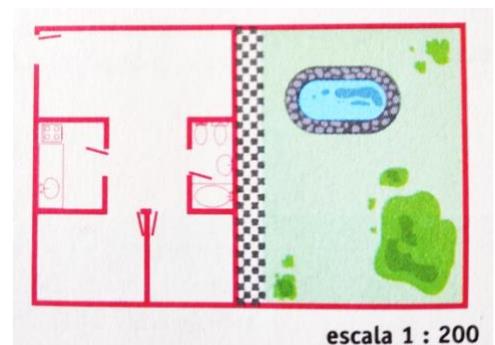


13. En la maqueta de un edificio, el frente mide 60 cm . El frente real es de $12m$:

- ¿Qué escala se utilizó?
- ¿Cuál es la superficie real de la terraza si, en la maqueta, es de 240cm^2 ?

14. Observar el siguiente plano y responder:

- ¿Cuál es la superficie cubierta de la casa?
- ¿Cuál es la superficie descubierta?
- ¿Cuántos metros cuadrados de cerámicos se necesitan para revestir el piso de la cocina?



➤ MAGNITUDES INVERSAMENTE PROPORCIONALES

Definición: Dos magnitudes son inversamente proporcionales cuando al aumentar (disminuir) una de ellas, la otra disminuye (aumenta) en la misma proporción.

Es decir, si dos magnitudes a y b son inversamente proporcionales se debe verificar que:

$$k = a \cdot b, k \text{ es la constante de proporcionalidad}$$

Veamos un ejemplo.

El tío de Enrique acaba de inaugurar una fábrica de alfajores regionales, para vender a los turistas que viene a visitar Pueblo Chico. Aún no ha decidido el número de unidades que colocará en cada caja. Su producción diaria es de 240 alfajores.

¿Cuántas cajas necesitará si decide envasarlos cas media docena? ¿Y cuántos si prefiere envasarlos en cajas de 8 alfajores?

Si compró 60 cajas, para poner la misma cantidad de alfajores en cada una, ¿cuántos alfajores debe colocar de modo que no sobren alfajores y se usen todas las cajas?

Si su producción aumentara en 60 unidades, ¿cuántas cajas para 12 alfajores necesitaría?

Para ayudar al tío Enrique, sus sobrinos Santi y Nacho hicieron la siguiente tabla:

Cantidad de alfajores por caja	6	8	12	16	24
Número de cajas	40	30	20	15	10

- ¿Son correctos los datos de la tabla? ¿Por qué?

Ejercicios:

15. Analicen si las siguientes magnitudes son inversamente proporcionales, en caso afirmativo, encuentren la constante de proporcionalidad.
 - a) La altura de una persona y su edad.
 - b) La medida del lado de un cuadrado y su perímetro.
 - c) La velocidad desarrollada por un auto para recorrer 100km y el tiempo que tarda en hacerlo.
 - d) El kilo de pan y su precio.
 - e) La cantidad de botellas necesarias para envasar 500 litros de gaseosa y la capacidad de cada botella.
16. Con 12 botes conteniendo cada uno $\frac{1}{2} kg$ de pintura se han pintado 90m de reja de 80 cm de altura. Calcular cuántos botes de 2 kg de pintura serán necesarios para pintar una reja similar de 120 cm de altura y 200 metros de longitud.

17. Un coche tarda 6 horas en recorrer un trayecto a una velocidad de $90 \frac{km}{h}$. ¿Cuánto tardaría en recorrer ese mismo trayecto si circula a una velocidad de $60 \frac{km}{h}$?
18. Con un consumo de 3 horas diarias, un depósito de gas dura 20 días. ¿Cuánto duraría con un consumo de 6 horas diarias?
19. Cuatro grifos iguales llenan un tanque en 6 horas. ¿Cuánto tardarán en llenar el tanque tres grifos?

NO TODO ES PROPORCIONALIDAD

La mamá de Ignacio está preocupada. El sábado le toca lavar las remeras de los 8 integrantes de futbol en el que juega Ignacio y las necesitan para el partido del domingo. Si ella sabe que para secar una remera necesita 2 horas de exposición al sol entonces calculó que para sacar 8 remeras necesitará 16 horas de sol. ¿Es correcta su preocupación?

La mamá de Ignacio está equivocada. Entre la cantidad de remeras y el tiempo de exposición al sol no existe proporcionalidad directa. Para secar 8 remeras al sol necesita el mismo tiempo que para secar una sola (obviamente si las cuelga al mismo tiempo)

PROPORCIONALIDAD, PERO DENTRO DE CIERTOS LÍMITES

El profesor de química llevó a sus alumnos al laboratorio. La experiencia que realizará con los chicos consiste en medir el aumento de temperatura del agua, y registrar el tiempo en que se producen los cambios. El profesor colocó un recipiente de agua sobre el calentador. Pablo es el encargado de medir el tiempo que transcurre, Julián toma nota de la temperatura que indica el termómetro dentro del recipiente y Santiago registra en la siguiente tabla el tiempo que transcurre y cuánto aumenta la temperatura del agua respecto de su temperatura inicial.

Tiempo transcurrido	30seg	60seg	90seg	120seg	150seg
Aumento de temperatura	15°C	30°C	45°C	60°C	75°C

Cuando comenzaron la experiencia el agua estaba a temperatura ambiente, que es ese momento era de 25°C. Cuando la temperatura del agua alcanzó los 100°C, Santiago abandonó su registro, y dijo:

“A partir de ese momento la temperatura sigue siendo de 100°C ”.

¿Por qué hizo esta observación?

¿Existe proporcionalidad directa en la tabla que confeccionaron los chicos?